Projet 1 : Les polynômes

Vous avez 2 semaines pour réaliser ce projet. Voyez avec votre professeur la date exacte de remise.

Vous remettrez une disquette avec les sources complètes (méthode de test comprise) ainsi qu'un rapport contenant

- *Une explication de ce qui tourne, ce que vous n'avez pas fait ou qui n'est pas terminé ou qui contient encore une erreur, ...*
- *Une petite simulation montrant que cela fonctionne bien (penser aux cas limites)*
- *Les sources de votre programme*
- *La javadoc correspondante.*

Vous devez écrire un programme orienté objet, Dans ce document, nous vous y aidons en citant les classes et en donnant des indications sur ce qu'elles contiennent. Si vous vous écartez de ces indications, justifiez-le soigneusement dans le rapport

Pour rappel, ce travail est individuel et compte pour 10/100 de la cote finale.

Présentation

Au niveau machine, un ordinateur peut certes manipuler des entiers et des pseudo-réels (les flottants) mais certainement pas des notions mathématiques plus compliquées comme les polynômes par exemple. Pourtant, les scientifiques manipulant en permanence ces objets mathématiques aimeraient bien se faire aider par un ordinateur. Ainsi, des logiciels de « Calcul Symbolique »[1] ont été développés. Ces logiciels connaissent le concept de polynôme, de vecteur, de matrice, savent dériver et intégrer, résoudre des équations différentielles et bien d'autres choses encore.

Plus modestement, nous allons écrire un programme qui définit le concept de « polynôme » et permet d'effectuer des opérations simples sur ces polynômes (évaluation, dérivation, intégration) ; ne vous inquiétez pas, ces opérations sont vraiment triviales.

Pour rendre notre programme plus intéressant, nous allons considérer que les coefficients peuvent être des fractions.

Pour vous rafraîchir la mémoire sur les polynômes et les fractions, consultez l'annexe.

Exemple de test

Voici un exemple de simulation du programme. Le votre devra être plus complet (test de tous les cas limites)

```
Soit le polynome p(x)  = 1/2 + 2 x^2 + -3/4 x^4
Evaluation       p(1)  = 7/4
La derivee       p'(x) = 4 x + -3 x^3
L'intégrale      P(x)  = 1/2 x + 2/3 x^3 + -3/20 x^5
L'intégrale definie P(x) entre 0 et 1/2 vaut : 631/1920
```

[1] On dit aussi « calcul formel » ou encore « computer algebra » en anglais. Parmi les logiciels commerciaux les plus puissants, citons MATHEMATICA, MAPLE, AXIOM, REDUCE et DERIVE

La classe Fraction

Définissez une classe qui permet de manipuler des fractions (comme 7/2).

- Votre classe devra donc contenir deux attributs, le numérateur et le dénominateur.
- Vous veillerez à ce que la fraction soit toujours réduite, c'est à dire que le PGCD (numérateur,dénominateur)=1. Pour calculer le PGCD de 2 nombres, vous pourrez utiliser l'algorithme d'Euclide.
- A vous de déterminer les méthodes nécessaires. Elles viendront naturellement quand vous coderez les méthodes de la classe Polynome.

La classe Monome

Il est plus propre de définir également une classe pour un monôme (plus proche de la structure en fait). Cette classe contiendra les 2 attributs coefficient et exposant et la possibilité de construire un monôme.

La classe Polynome

Il y aurait de nombreuses façons de représenter un polynôme. Nous vous proposons la suivante : un polynôme sera représenté comme un tableau de monômes par ordre croissant des exposants.

Attribut : Monome[] monômes

Méthodes

- Polynome(Monome[] monômes) : un polynôme sera construit en donnant le tableau des monômes. Ce tableau sera recopié dans l'attribut.
- Fraction évaluer(Fraction a) : évalue le polynôme pour x=a.
- Polynome dérivée() : retourne la dérivée du polynôme.
- Polynome intégrale() : retourne l'intégrale du polynôme.
- Fraction intégrale(Fraction borneInf, Fraction borneSup) : retourne l'intégrale définie entre les 2 bornes du polynôme.
- Une méthode permettant d'afficher un polynôme.

Annexe 1 : Les fractions réduites et l'algorithme d'Euclide

Une fraction a/b est réduite si PGCD(a,b)=1. Si elle ne l'est pas, il suffit de diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD pour obtenir une fraction réduite.

Un algorithme pour calculer le PGCD de 2 nombres est celui mis au point par Euclide[2]. Il part de la constatation que si a>b alors PGCD(a,b) = PGCD(b,a MOD b). On obtient ainsi un problème plus petit. On continuant le processus, on arrive à b=0, a est alors le PGCD recherché.

Annexe 2 : Les polynômes

D'abord un peu de vocabulaire. Voici un exemple de polynôme : $1 + 4x^2+x^3$. Il est formé des 3 monômes suivants : 1, $4x^2$ et x^3. Chaque monôme est composé d'un coefficient et d'un exposant. Par exemple, pour $4x^2$, le coefficient est 4 et l'exposant vaut 2. Nous ne traiterons que des polynômes ayant x comme inconnue.

Soit un polynôme tout-à-fait général : p(x) = c0 x^e0 + c1 x^e1 + ... + cn x^en

Evaluer un polynôme signifie simplement remplacer l'inconnue x par une valeur donnée.
p(a) = c0 a^e0 + c1 a^e1 + ... + cn a^en

La dérivée du polynôme, p'(x) vaut : e0*c0 x^(e0-1) + e1*c1 x^(e1-1) + ... + en*cn x^(en-1)

L'intégrale P(x) vaut : c0/(e0+1) x^(e0+1) + c1/(e1+1) x^(e1+1) + ... + cn/(en+1) x^(en+1)

L'intégrale définie de p(x) entre a et b vaut : P(b) – P(a), c'est-à-dire l'intégrale évaluée en b moins l'intégrale évaluée en a.

[2]Mathématicien grec né vers 300 avant J-C